

# סדנת ריענון במתמטיקה למדעים והנדסה

פרק 11 - חשבון דיפרנציאלי - נגזרות ומשיקים

תוכן העניינים

1. הקדמה כללית ..... 1
2. גזירת פונקציות ..... 2
3. מציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה ..... 8
4. מציאת משוואת המשיק לגרף הפונקציה ..... 9
5. שאלות עם פרמטרים ..... 12
6. שאלות העוסקות במציאת משוואת משיק מנקודה חיצונית ..... 14

## הקדמה כללית:

### סיכום כללי:

### פונקציות נפוצות:

הפונקציה  $f(x) = x^2$  : הפונקציה  $f(x) = x^3$  : הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x}$  : הפונקציה  $f(x) = |x|$  :



פונקציה עם מכנה, למשל:  $f(x) = \frac{5x^3 + 4x}{x^2 - 1}$  :

### שיפוע של פונקציה:

- השיפוע  $m$  של פונקציה  $f(x)$  בנקודה  $A(x_1, y_1)$  שעל הפונקציה הוא ערך הנגזרת בנקודה  $A(x_1, y_1)$ , כלומר:  $m = f'(x_1)$ .
- השיפוע של המשיק לפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $A(x_1, y_1)$  שעל הפונקציה שווה לשיפוע הפונקציה בנקודה  $A(x_1, y_1)$ .
- משוואת המשיק לפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $A(x_1, y_1)$  שעליה מתקבלת על ידי הנוסחה למציאת ישר:  $y - y_1 = m(x - x_1)$ .

### הנגזרת:

לכל פונקציה  $f(x)$  קיימת פונקציה, הנקראת פונקציית הנגזרת (או רק "הנגזרת") ומסומנת  $f'(x)$ , המתקבלת ממנה על פי כללי הגזירה.

## גזירת פונקציות:

### סיכום כללי:

#### כללי הגזירה:

- כלל גזירה מס' 1:  $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
- כלל גזירה מס' 2 (כפל בקבוע):  $f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot ax^{n-1}$
- כלל גזירה מס' 3 (נגזרת של קבוע):  $f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0$
- כלל גזירה מס' 4 (סכום והפרש):  $f(x) = u \pm v \Rightarrow f'(x) = u' \pm v'$
- כלל גזירה מס' 5 (פונקציה מורכבת):  $f(x) = u^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
- כלל גזירה מס' 6 (נגזרת של  $\frac{1}{x}$ ):  $f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
- כלל גזירה מס' 7 (מכפלה):  $f(x) = u \cdot v \Rightarrow f'(x) = u'v + v'u$
- כלל גזירה מס' 8 (מנה):  $f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- כלל גזירה מס' 9 (שורש):  $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

### שאלות:

#### (1) גזור את הפונקציות הבאות:

- |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| א. $f(x) = x^3$             | ב. $f(x) = x^7$             | ג. $f(x) = x^2$             |
| ד. $f(x) = x$               | ה. $f(x) = x^{-3}$          | ו. $f(x) = x^{-1}$          |
| ז. $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ | ח. $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ | ט. $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$ |

#### (2) גזור את הפונקציות הבאות:

- |                           |                              |                                       |
|---------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| א. $f(x) = 2x^3$          | ב. $f(x) = 3x^7$             | ג. $f(x) = \frac{1}{2}x^4$            |
| ד. $f(x) = \frac{x^6}{7}$ | ה. $f(x) = 8x$               | ו. $f(x) = 3x^{-2}$                   |
| ז. $f(x) = \frac{4}{x}$   | ח. $f(x) = 6x^{\frac{1}{2}}$ | ט. $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{3}$ |

(3) גזור את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = 12 \quad \text{א.} \quad f(x) = \frac{7}{8} \quad \text{ב.}$$

(4) גזור את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 5 \quad \text{א.} \quad f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{x^3}{6} + \frac{3x}{4} - \frac{2}{5} \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = 6x^2 + 8x + 4 \quad \text{ד.} \quad f(x) = 7x^2 + 23x - 6 \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{x^4}{8} + 67 \quad \text{ו.} \quad f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x^3 \quad \text{ה.}$$

(5) גזור את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = (5x - 2)^3 \quad \text{א.} \quad f(x) = (x^3 + 6)^5 \quad \text{ב.} \quad f(x) = 3(x - x^2)^2 \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{(5-x)^3}{4} \quad \text{ד.} \quad f(x) = \frac{2(x+1)^4}{3} \quad \text{ה.}$$

(6) גזור את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \frac{3}{x} \quad \text{א.} \quad f(x) = -\frac{2}{x} \quad \text{ב.} \quad f(x) = \frac{1}{x^2} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{3}{x^3} \quad \text{ד.} \quad f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x} \quad \text{ה.} \quad f(x) = \frac{2}{3-x} \quad \text{ו.}$$

$$f(x) = \frac{6}{x+5} \quad \text{ז.}$$

(7) גזור את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = (5x+1)(x-3) \quad \text{א.} \quad f(x) = (5x+1)^3(x-3) \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = x^3(6-x)^4 \quad \text{ג.} \quad f(x) = 3x^2 \cdot x \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = x^2 \cdot x^3 \quad \text{ה.} \quad f(x) = x(3x+7) \quad \text{ו.}$$

$$f(x) = 3x^3(3x-1) \quad \text{ז.} \quad f(x) = (x-2)(2x^2+3) \quad \text{ח.}$$

$$f(x) = (3x-2)(x^2+10x) \quad \text{ט.} \quad f(x) = (3x^4-4x)(2x^2+5x+2) \quad \text{י.}$$

$$f(x) = x(x-2)(3x-4) \quad \text{יא.}$$

(8) גזור את הפונקציות הבאות :

$$\begin{array}{ll} \text{א. } f(x) = (x^2 - 4)^2 & \text{ב. } f(x) = 2x^3(3x+5)^2 \\ \text{ג. } f(x) = (x^3+2)^2(x-1)^3 & \text{ד. } f(x) = (x^2+1)^3(2x-1)^2 \end{array}$$

(9) גזור את הפונקציות הבאות :

$$\begin{array}{lll} \text{א. } f(x) = \frac{3x-1}{1+2x} & \text{ב. } f(x) = \frac{x^2+1}{5x-12} & \text{ג. } f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3} \\ \text{ד. } f(x) = \frac{x^2+8}{x-1} & \text{ה. } f(x) = \frac{1}{x} & \text{ו. } f(x) = \frac{3}{x^3} \\ \text{ז. } f(x) = \frac{(x-1)^2}{x+1} & \text{ח. } f(x) = \frac{(x^2+3)^2}{x^2-2} & \text{ט. } f(x) = \frac{x^3-x^2}{2(1-x)} \\ \text{י. } f(x) = \frac{x-2}{x^2-4} \end{array}$$

(10) גזור את הפונקציות הבאות :

$$\begin{array}{lll} \text{א. } f(x) = \sqrt{x} & \text{ב. } f(x) = 4\sqrt{x+1} & \text{ג. } f(x) = \sqrt{x^3-1} \\ \text{ד. } f(x) = (3x+1)\sqrt{x} & \text{ה. } f(x) = x^2\sqrt{x+3} & \text{ו. } f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}} \end{array}$$

(11) גזור את הפונקציות הבאות :

$$\begin{array}{ll} \text{א. } f(x) = \sqrt{x+1} & \text{ב. } f(x) = \sqrt{2x} \\ \text{ג. } f(x) = \sqrt{3x^2+1} & \text{ד. } f(x) = \sqrt{10-3x} \\ \text{ה. } f(x) = \sqrt{2x^2+7x} & \text{ו. } f(x) = 3x^2-8\sqrt{x} \\ \text{ז. } f(x) = x^2\sqrt{1-2x} & \text{ח. } f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x} \\ \text{ט. } f(x) = \frac{x\sqrt{x^2+4}}{2} & \text{י. } f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{1-x^2}} \\ \text{יא. } f(x) = \frac{2x^3-x^2+x-5\sqrt{x}}{x\sqrt{x}} & \text{יב. } f(x) = \sqrt{\frac{3-x}{x}} \\ \text{יג. } f(x) = \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x}} & \text{יד. } f(x) = \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2-5}} \end{array}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} \quad \text{טז.}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1} \quad \text{טו.}$$

**(12) גזור את הפונקציות הבאות:**

$$f(x) = \frac{x-2a}{x-4a} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{ax^2}{3} - \frac{x}{b} + c \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = ax^4 - bx \quad \text{א.}$$

$$f(x) = a\sqrt{bx^2 + c} \quad \text{ד.}$$

**(13) גזור פעמיים את הפונקציות הבאות:**

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2x + 10} \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{2x} \quad \text{א.}$$

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)^2} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^3 \quad \text{ו.}$$

$$f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2} \quad \text{ה.}$$

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $3x^2$  ב.  $7x^6$  ג.  $2x$  ד. 1 ה.  $-\frac{3}{x^4}$  ו.  $-\frac{1}{x^2}$
- ז.  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$  ח.  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$  ט.  $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
- (2) א.  $6x^2$  ב.  $21x^6$  ג.  $2x^3$  ד.  $\frac{6x^5}{7}$  ה. 8
- ו.  $-\frac{6}{x^3}$  ז.  $-\frac{4}{x^2}$  ח.  $\frac{3}{\sqrt{x}}$  ט.  $\frac{2}{9\sqrt[3]{x}}$
- (3) א. 0 ב. 0
- (4) א.  $3x^2 + 4x - 3$  ב.  $x^3 - \frac{x^2}{2} + \frac{3}{4}$  ג.  $14x + 23$  ד.  $12x + 8$  ה.  $x - 3x^2$  ו.  $0.5x^3$
- (5) א.  $15(5x - 2)^2$  ב.  $15x^2(x^3 + 6)^4$  ג.  $6(x - x^2)(1 - 2x)$
- ד.  $-\frac{3}{4}(5 - x)^2$  ה.  $\frac{8(x + 1)^3}{3}$
- (6) א.  $-\frac{3}{x^2}$  ב.  $\frac{2}{x^2}$  ג.  $-\frac{2}{x^3}$  ד.  $-\frac{9}{x^4}$  ה.  $-\frac{2x - 3}{(x^2 - 3x)^2}$
- ו.  $\frac{2}{(3 - x)^2}$  ז.  $-\frac{6}{(x + 5)^2}$
- (7) א.  $10x - 14$  ב.  $(5x + 1)^2(20x - 44)$  ג.  $x^2(6 - x)^3(18 - 7x)$
- ד.  $9x^2$  ה.  $5x^4$  ו.  $6x + 7$  ז.  $36x^3 - 9x^2$  ח.  $6x^2 - 8x + 3$
- ט.  $9x^2 + 56x - 20$  י.  $36x^5 + 75x^4 + 24x^3 - 24x^2 - 40x - 8$  יא.  $9x^2 - 20x + 8$
- (8) א.  $4x(x^2 - 4)$  ב.  $30x^2(x + 1)(3x + 5)$  ג.  $3(x - 1)^2(x^3 + 2)(3x^3 - 2x^2 + 2)$
- ד.  $2(2x - 1)(x^2 + 1)^2(8x^2 - 3x + 2)$
- (9) א.  $\frac{5}{(1 + 2x)^2}$  ב.  $\frac{5x^2 - 24x - 5}{(5x - 12)^2}$  ג.  $\frac{8x}{(x^2 + 3)^2}$  ד.  $\frac{(x - 4)(x + 2)}{(x - 1)^2}$
- ה.  $-\frac{1}{x^2}$  ו.  $-\frac{9}{x^4}$  ז.  $\frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$
- ח.  $\frac{2x(x^2 + 3)(x^2 - 7)}{(x^2 - 2)^2}$  ט.  $-x$  י.  $-\frac{1}{(x + 2)^2}$

$$(10) \quad \text{א. } \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{ב. } \frac{2}{\sqrt{x+1}} \quad \text{ג. } \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3-1}} \quad \text{ד. } \frac{9x+1}{2\sqrt{x}} \quad \text{ה. } \frac{x(5x+12)}{2\sqrt{x+3}}$$

$$\text{ו. } \frac{x-3}{2x\sqrt{x}}$$

$$(11) \quad \text{א. } \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \quad \text{ב. } \frac{1}{\sqrt{2x}} \quad \text{ג. } \frac{3x}{\sqrt{3x^2+1}} \quad \text{ד. } -\frac{3}{2\sqrt{10-3x}} \quad \text{ה. } \frac{4x+7}{2\sqrt{2x^2+7x}}$$

$$\text{ו. } 6x - \frac{4}{\sqrt{x}} \quad \text{ז. } \frac{2x-5x^2}{\sqrt{1-2x}} \quad \text{ח. } -\frac{1}{2x\sqrt{x}} \quad \text{ט. } \frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+4}} \quad \text{י. } \frac{1-3x}{(1-x^2)^{1.5}}$$

$$\text{יא. } 3\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} + \frac{5}{x^2} \quad \text{יב. } -\frac{3}{2x\sqrt{3x-x^2}} \quad \text{יג. } \frac{-x^2+2x+1}{2(1-x)^{1.5}\sqrt{1+x^2}}$$

$$\text{יד. } \frac{x^3-17x}{(x^2-5)^{1.5}} \quad \text{טו. } -\frac{x+1}{2\sqrt{x}(x-1)^2} \quad \text{טז. } -\frac{x+3}{2(x-1)^2\sqrt{x+1}}$$

$$(12) \quad \text{א. } 4ax^3 - b \quad \text{ב. } \frac{2ax}{3} - \frac{1}{b} \quad \text{ג. } \frac{-2a}{(x-4a)^2} \quad \text{ד. } \frac{abx}{\sqrt{bx^2+c}}$$

$$(13) \quad \text{א. } f'(x) = \frac{2x^2-8}{4x^2}, f''(x) = \frac{4}{x^3}$$

$$\text{ב. } f'(x) = \frac{2x^2+20x-62}{(2x+10)^2}, f''(x) = \frac{448}{(2x+10)^3}$$

$$\text{ג. } f'(x) = \frac{4x}{(x+1)^3}, f''(x) = \frac{4(1-2x)}{(x+1)^4}$$

$$\text{ד. } f'(x) = \frac{x^2(x^2-12)}{(x^2-4)^2}, f''(x) = \frac{8x(x^2+12)}{(x^2-4)^3}$$

$$\text{ה. } f'(x) = \frac{x^2(x+3)}{(x+1)^3}, f''(x) = \frac{6x}{(x+1)^4}$$

$$\text{ו. } f'(x) = -\frac{6(x+1)^2}{(x-1)^4}, f''(x) = \frac{12(x+1)(x+3)}{(x-1)^5}$$

## מציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:

### שאלות:

(14) מצא את שיפוע הפונקציה  $f(x) = 2x^3 - 7x$  בנקודה  $(2, 2)$ .

(15) מצא את שיפוע הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3}$  בנקודה בה  $x = -2$ .

(16) מצא את שיפוע המשיק לפונקציה  $f(x) = 4\sqrt{x}$  בנקודה בה  $x = 1$ .

### תשובות סופיות:

$$m = 17 \quad (14)$$

$$m = 4 \quad (15)$$

$$m = 2 \quad (16)$$

## מציאת משוואת המשיק לגרף הפונקציה:

### שאלות:

(17) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = 2(4x+3)^3$  בנקודה בה  $x = -1$ .

(18) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = \frac{8}{x+1}$  בנקודה בה  $y = 2$ .

(19) מצא את משוואות המשיקים לפונקציה  $f(x) = x^2 - 2x - 8$  בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $x$ .

(20) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = x^4 - 2x$  ששיפועו 2.

(21) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = \frac{x^3 + 3x - 1}{x^2 - 2}$  בנקודה שבה  $x = 1$ .

(22) נתון כי הישר  $2y - 3x = 3$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x) = 3\sqrt{x}$ . מצא את נקודת ההשקה.

(23) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$  בנקודה בה  $x = 1$ .

(24) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = 3x^2 - 8\sqrt{x}$  בנקודה בה  $x = 4$ .

(25) נתונה הפונקציה הבאה  $f(x) = 4x - 2\sqrt{x}$ .

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה המקביל לישר  $f(x) = 3x - \frac{1}{2}$ .

ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- $x$ .

(26) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}-1}$  ששיפועו -2.

(27) מצא את משוואות המשיק לפונקציה  $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-x+2}}$  בנקודה שבה  $x=2$ .

(28) מצא את משוואות המשיקים לפונקציה  $f(x) = \frac{1}{3x^3}$  היוצרים עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$  זווית של  $135^\circ$ .

(29) מצא את משוואות המשיקים המשותפים לפונקציות הבאות:  $y = x^2$ ,  $y = -\frac{1}{4}x^2 - 5$ .

(30) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x}$  ונתון הישר:  $y = 2x$ .

- מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה והישר הנמצאת ברביע הראשון.
- מצא את משוואות המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף הקודם.
- חשב את השטח שנוצר בין המשיק והצירים.

(31) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = x^2$ .



- מצא את נקודות החיתוך של הגרפים.
- מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  העובר דרך נקודת החיתוך שמצאת הנמצאת ברביע הראשון.
- מצא את נקודת החיתוך הנוספת של המשיק שמצאת עם גרף הפונקציה  $g(x)$ .

**תשובות סופיות:**

$$y = 24x + 22 \quad (17)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2} \quad (18)$$

$$y = 6x - 24, y = -6x - 12 \quad (19)$$

$$y = 2x - 3 \quad (20)$$

$$y = -12x + 9 \quad (21)$$

$$(1, 3) \quad (22)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2} \quad (23)$$

$$y = 22x - 56 \quad (24)$$

$$\left(\frac{1}{3}, 0\right) \text{ ב. } y = 3x - 1 \text{ א. } (25)$$

$$y = -2x + 8 \quad (26)$$

$$y = \frac{11}{16}x - \frac{15}{8} \quad (27)$$

$$y = -x + 1\frac{1}{3}, y = -x - 1\frac{1}{3} \quad (28)$$

$$y = 2x - 1, y = -2x - 1 \quad (29)$$

$$S = 4\frac{1}{12} \text{ ג.}$$

$$y = -1.5x + 3.5 \text{ ב. } (1, 2) \text{ א. } (30)$$

$$(-0.5, 0.25) \text{ ג.}$$

$$y = 0.5x + 0.5 \text{ ב. } (0, 0), (1, 1) \text{ א. } (31)$$

## שאלות עם פרמטרים:

### שאלות:

(32) שיפוע המשיק לפונקציה  $f(x) = ax^2 - 4x$  בנקודה שבה  $x = 3$  הוא 8. מצא את ערכו של הפרמטר  $a$  ואת משוואת המשיק.

(33) נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{ax}$ ,  $(a > 0)$ .

המשיק לפונקציה בנקודה שבה  $x = \frac{1}{2}$  הוא בעל שיפוע 1. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

(34) נתונה הפונקציה:  $y = x^3 + a\sqrt{x}$  ( $a$  פרמטר). שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 1$  הוא 5. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

(35) נתונה הפונקציה:  $y = 2\sqrt{x} - \frac{A}{x}$  ( $A$  פרמטר). שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = 1$  הוא 2. מצא את ערך הפרמטר  $A$ .

(36) הישר  $y = 4x + b$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x) = \frac{2}{x^2} + 3$ . מצא את  $b$  ואת נקודת ההשקה.

(37) שיפוע המשיק לפונקציה  $f(x) = \frac{2}{ax+3}$  בנקודה שבה  $y = 2$  הוא -4. מצא את ערכו של הפרמטר  $a$  ואת משוואת המשיק.

(38) הישר  $y = ax + \frac{1}{2}$  משיק לגרף הפונקציה  $g(x) = \frac{2}{x+c}$  בנקודה  $x = 0$ . מצא את ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $c$ .

(39) הישר  $y = 3x$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x) = x\sqrt{x} + b$ . מצא את  $b$  ואת נקודת ההשקה.

(40) שיפוע המשיק לפונקציה  $f(x) = \frac{a}{\sqrt{bx-1}}$  בנקודה (1, 6) הוא -6.

מצא את ערכי הפרמטרים  $a$  ו- $b$  ואת משוואת המשיק.

(41) לאילו ערכי  $k$  ישיק הישר  $y = -5x + 6$  לגרף הפונקציה  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + k$ ?  
לכל ערך כזה של  $k$  מצא את נקודת ההשקה.

(42) הפונקציות  $y = \frac{1}{x}$  ו-  $y = -\frac{1}{2}x^2 + k$  משיקות זו לזו.  
מצא את  $k$  ואת נקודת ההשקה.

### תשובות סופיות:

$$a = 2, y = 8x - 18 \quad (32)$$

$$a = 2 \quad (33)$$

$$a = 4 \quad (34)$$

$$A = 1 \quad (35)$$

$$(-1, 5), y = 4x + 9 \quad (36)$$

$$a = 2, y = -4x - 2 \quad (37)$$

$$a = -\frac{1}{8}, c = 4 \quad (38)$$

$$b = 4, (4, 12) \quad (39)$$

$$b = 2, a = 6, y = -6x + 12 \quad (40)$$

$$k = \frac{158}{27} : \left(\frac{1}{3}, \frac{13}{3}\right) \text{ או } k = 6 : (1, 1) \quad (41)$$

$$(1, 1), k = 1.5 \quad (42)$$

## שאלות העוסקות במציאת משוואת משיק מנקודה חיצונית:

### שאלות:

(43) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. בטא באמצעות  $t$  את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = x^2 + 1$  בנקודה שבה  $x = t$ .
- ב. מצא את ערכיו של  $t$  אם נתון שהמשיק עובר בנקודה  $(-1, 1)$ .

(44) מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = 5x - x^2$  העוברים דרך הנקודה  $(3, 7)$ .

(45) מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = x^2 + 5x - 6$  העוברים דרך הנקודה  $(0, -10)$ .

(46) מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = 12x - x^3$  העוברים דרך הנקודה  $(2, 24)$ .

(47) מצא את משוואת המשיק לפונקציה  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  העובר בנקודה  $(3, 0)$ .

(48) מצא משוואת המשיק לפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  אם ידוע ששטח המשולש שהוא יוצר עם הצירים הוא 4.5 יחידות שטח.

(49) מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-2}}$  העוברים דרך הנקודה  $(2, 3)$ .

## תשובות סופיות:

ב.  $t = 0, -2$ .

(43)  $y = 2tx - t^2 + 1$

(44)  $y = x + 4$  ,  $y = -3x + 16$

(45)  $y = 9x - 10$  ,  $y = x - 10$

(46)  $y = 12x$  ,  $y = -15x + 54$

(47)  $y = -\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$

(48)  $y = -\frac{1}{16}x + \frac{3}{4}$

(49)  $y = -x + 5$